

MODELO NÃO LINEAR DO ALTO - FALANTE

PARA PEQUENOS SINAIS

Homero Sette Silva, Eng.
homero@selenium.com.br

ELETRÔNICA SELENIUM S.A.

Revisão 18 02 02

Neste trabalho, os conceitos fundamentais utilizados nos modelos equivalentes dos alto-falantes eletro dinâmicos são revistos.

Os comportamentos não lineares da resistência e da indutância da bobina são levados em conta, assim como a influência da impedância de radiação do ar, que não foi desprezada, como acontece nas análises simplificadas.

A metodologia de Thiele-Small foi estendida e um novo grupo de variáveis foi proposto, com terminologia semelhante a dos parâmetros T-S.

Por esses motivos, uma simulação mais próxima da realidade é conseguida, ao invés da resposta passa-altas tradicional.

Além disso, aspectos importantes como potência elétrica e eficiência são abordados de forma mais ampla.

As não linearidades em BL e Cms, resultantes de grandes deslocamentos do cone, não foram aqui consideradas.

O MATLAB 6.0 foi usado na geração dos gráficos que ilustram o texto

Impedância de Radiação Em Baffle Infinito

Quando o cone de um alto-falante entra em movimento uma pressão é aplicada ao meio, no caso o ar, fazendo com que um determinado volume seja movimentado por unidade de tempo.

Este volume de ar, em movimento no tempo, é denominado velocidade volumétrica, sendo representado por U e tem como dimensão m³/s. Nesta situação, o cociente entre a pressão P e a velocidade volumétrica U (vazão) é a impedância acústica Zar, oferecida pelo ar, e expressa em N·s/m⁵ o que é equivalente a Kg/s·m⁴. A vazão U é igual ao produto da velocidade do cone, V, em m/s, pela área efetiva do cone, Sd, em m², e o volume de ar deslocado é dado por Sd·X, onde X é o deslocamento do cone em m.

Supondo o alto-falante montado em um baffle infinito e o cone comportando-se como um pistão circular, a impedância de radiação correspondente a um lado do cone (a impedância vista pelo outro lado, neste caso, será igual e a total valerá o dobro) é dada pela equação (1.1), onde ρ é a densidade do ar em Kg/m³ e C a velocidade do som no ar em m/s.

$$Z_{ar} = \frac{\rho C}{\pi a^2} [R_{1(x)} + jX_{1(x)}] = \frac{\rho C}{\pi a^2} Z_{1(x)} \quad (1.1)$$

$$Z_{1(x)} = R_{1(x)} + jX_{1(x)} \quad (1.2)$$

$$\pi a^2 = S_d = \text{Área Efetiva do Cone} \quad (1.3)$$

$$x = 2ka \quad (1.4)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{C} = \frac{\omega}{C} \quad (1.5)$$

$J_{1(x)}$ e $H_{1(x)}$ são, respectivamente, as funções de Bessel (primeira espécie) e a de Struve.

$$R_{1(x)} = 1 - 2 \frac{J_{1(x)}}{x} \quad (1.6)$$

$$X_{1(x)} = 2 \frac{H_{1(x)}}{x} \quad (1.7)$$

Como $2J_{1(x)} / x = J_{1(x)} / (x/2)$ então $J_{1(2x)} / x$ é uma forma equivalente para a obtenção de $R_{1(x)}$ desde que, neste caso, x seja igual a ka (e não $2ka$, como adotamos aqui).

Os valores de $R_{1(x)}$ e $X_{1(x)}$ podem ser também obtidos através dos desenvolvimentos em série, abaixo:

$$R_{1(x)} = \frac{x^2}{2 \cdot 4} - \frac{x^4}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} + \frac{x^6}{2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8} \dots \quad (1.8)$$

$$X_{1(x)} = \frac{4}{\pi} \cdot \left[\frac{x}{3} - \frac{x^3}{3^2 \cdot 5} + \frac{x^5}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} \dots \right] \quad (1.9)$$

Como a representa o raio do pistão, ka pode ser entendido como o cociente entre o perímetro do pistão e o comprimento de onda do sinal aplicado.

$$ka = \frac{2\pi a}{\lambda} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Comprimento de Onda}} \quad (1.10)$$

Na Fig. 1 vemos diversas funções de interesse para a acústica que utilizam a função de Bessel.

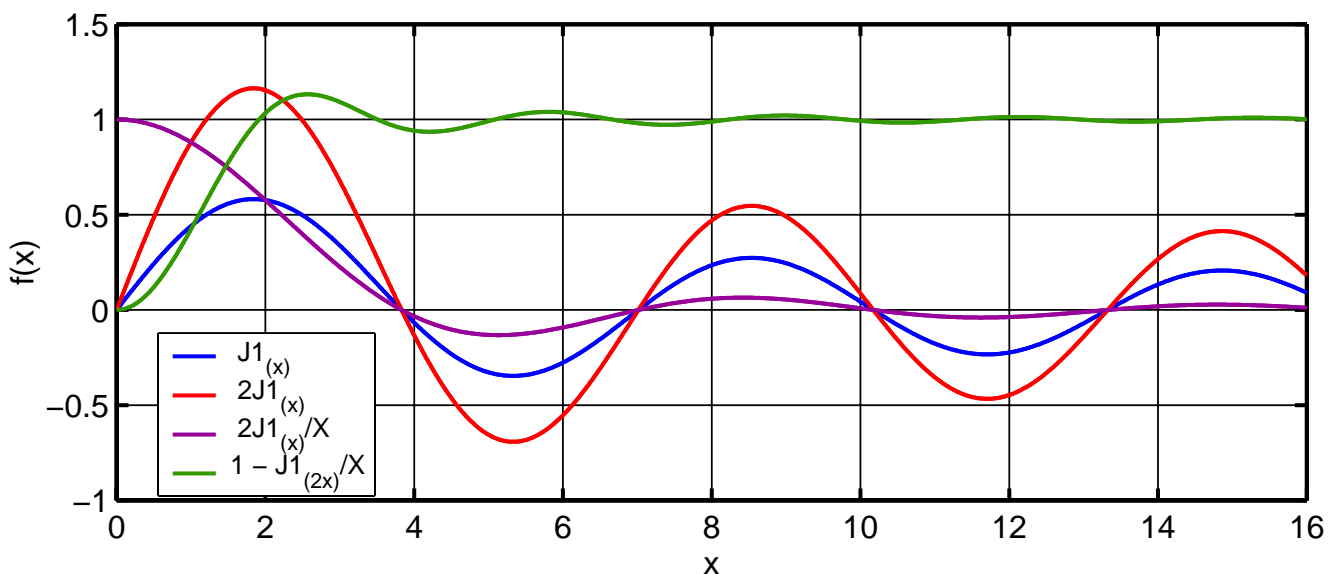


Fig. 1 – Equações de interesse para a acústica utilizando a Função de Bessel da primeira espécie .

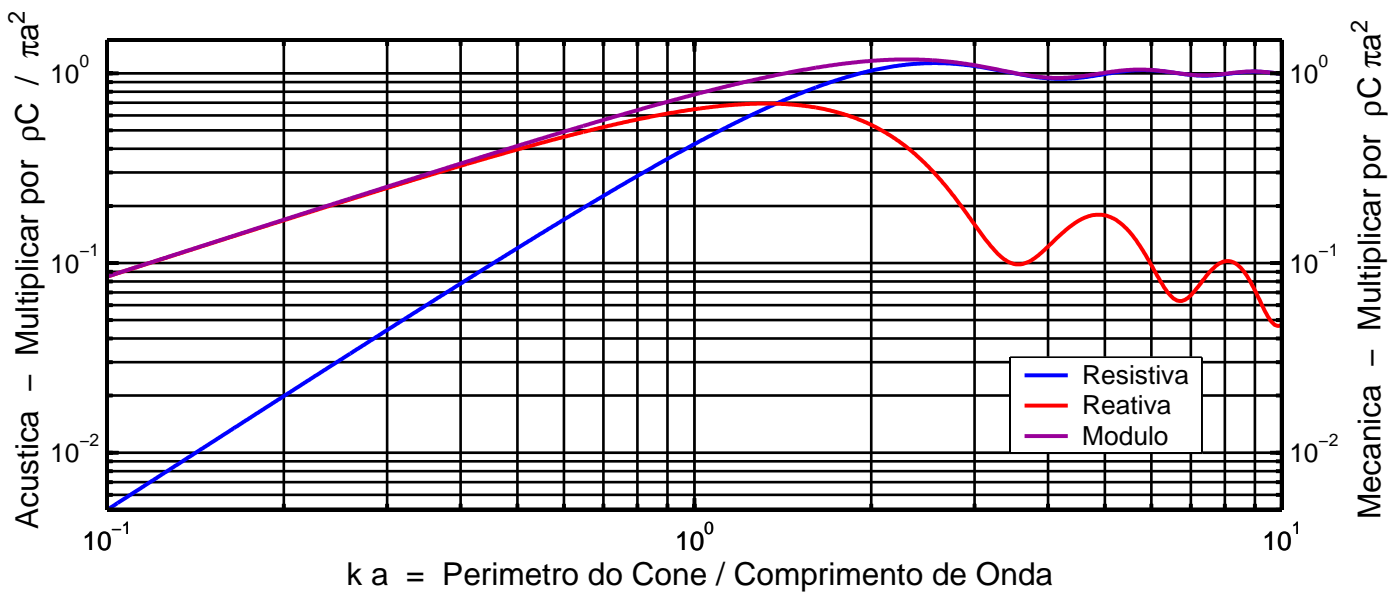


Fig. 2 - Impedância Normalizada do Ar e os coeficientes para a obtenção das componentes Acústicas e Mecânicas .

A Fig 2 mostra as componentes normalizadas da impedância de radiação do ar, ou seja: $R_{1(x)}$, $X_{1(x)}$ e $Z_{1(x)}$, todas adimensionais. Multiplicando essas componentes por $\rho C / \pi a^2$ (ou $\rho C / Sd$) teremos os valores correspondentes à impedância de radiação do ar no lado acústico do falante; multiplicando por $\rho C \pi a^2$ (ou $\rho C Sd$) obteremos os valores correspondentes para o lado mecânico.

A transformação entre impedâncias acústicas e mecânicas pode ser feita utilizando as analogias do tipo força-tensão, onde definimos as impedâncias mecânicas e acústicas através de seus análogos elétricos:

Analogias Eletro Mecânicas		
$Z_e = \frac{e}{i} = \frac{\text{voltagem}}{\text{corrente}} \quad [\Omega]$	$Z_m = \frac{f}{v} = \frac{\text{força}}{\text{velocidade}} \quad [N \cdot s / m]$	$Z_a = \frac{p}{u} = \frac{\text{pressão}}{\text{vazão}} \quad [N \cdot s / m^5]$
$Z_m = Sd^2 Z_a \quad [N \cdot s / m]$	$\frac{Z_m}{Z_a} = Sd^2 \quad [m^4]$	$Z_a = \frac{Z_m}{Sd^2} \quad [N \cdot s / m^5]$

Tabela 1 – Conversão entre impedâncias mecânicas e acústicas com base nas analogias eletro mecânicas

Através da Tabela 1, podemos constatar que o cociente entre uma impedância mecânica e uma impedância acústica é a área do diafragma elevada ao quadrado, ou seja, Sd^2 . Este conceito será muito utilizado para refletirmos impedâncias do lado mecânico para o acústico e vice-versa.

Como podemos constatar, a impedância de radiação do ar é praticamente resistiva e igual a 1 (valor normalizado) para $ka > 1$, situação que se verifica em dois casos :

$ka > 1$

- a) Nas altas frequências, quando o perímetro do pistão torna-se maior que o comprimento de onda;
- b) Nas baixas frequências com um pistão de dimensões maiores que o comprimento de onda.

O primeiro caso é o que geralmente ocorre com os alto-falantes individualmente.

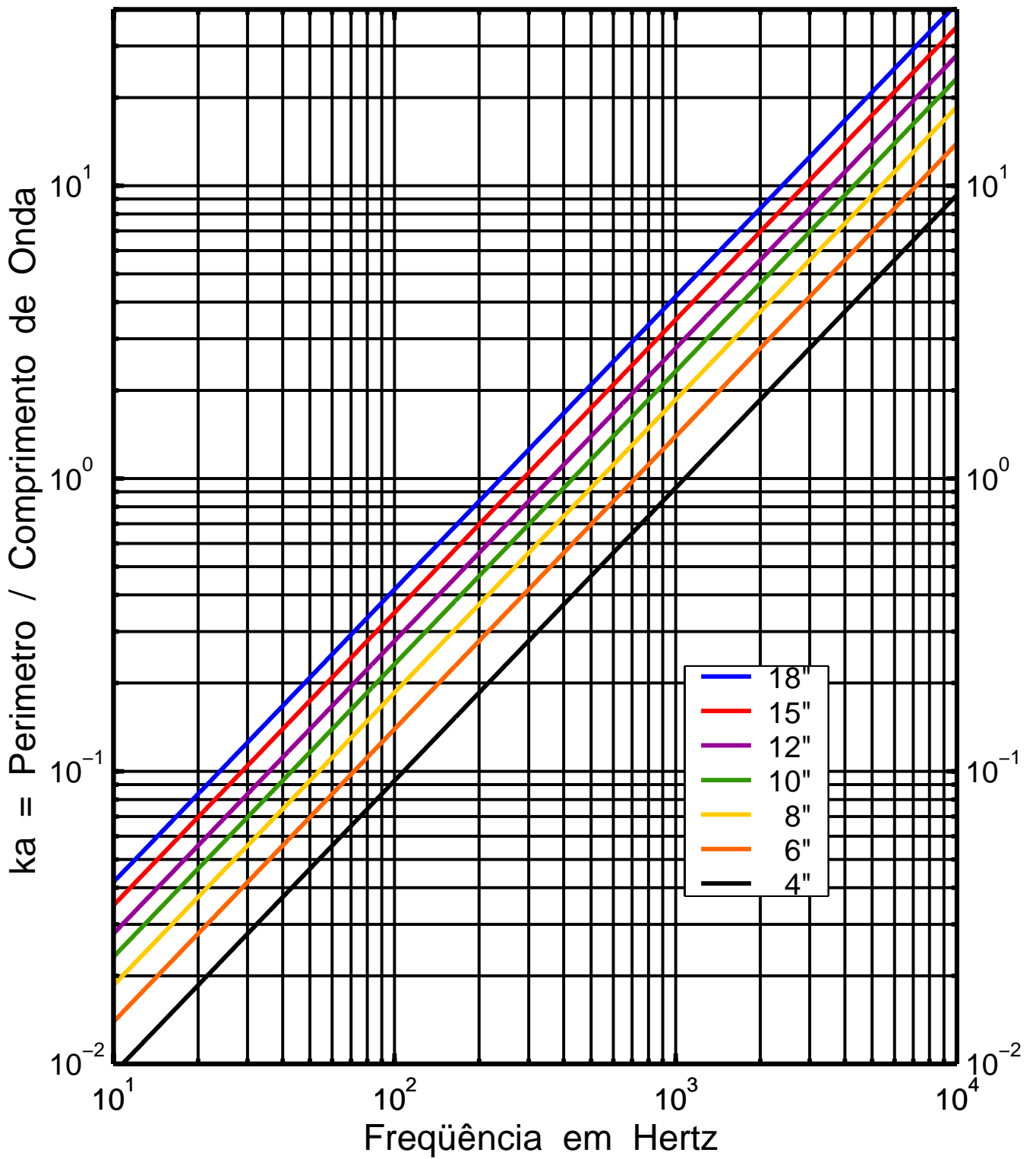


Fig. 3 – Valores de ka em função da freqüência .

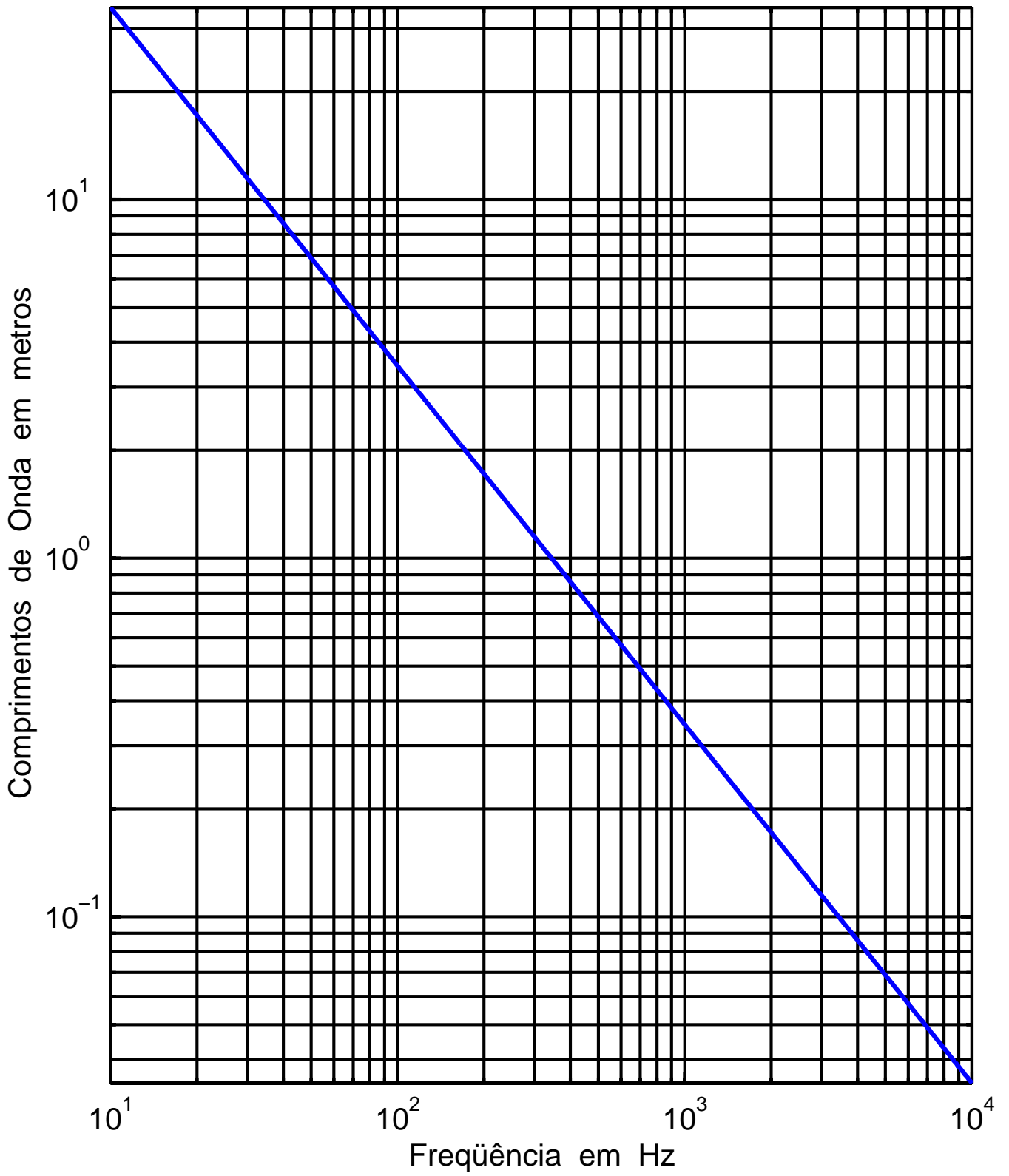


Fig. 4 – Comprimentos de onda em função da frequência .

O segundo pode acontecer em um empilhamento com grande quantidade de caixas, em um PA avantajado.

Assim, o valor da impedância de radiação do ar depende de uma relação entre a dimensão da fonte do sinal e o valor da frequência, e não de um ou outro isoladamente.

Para $ka < 1$, a impedância de radiação do ar torna-se essencialmente reativa, predominando a componente indutiva. Esta situação se verifica nas baixas frequências, onde o perímetro do pistão torna-se menor que o comprimento de onda do sinal.

A Fig. 3 mostra os valores de ka , em função da frequência, para diafragmas de diversos diâmetros. Na prática, o diâmetro efetivo dos cones dos alto-falantes é menor que o nominal. Assim, um falante dito de 18 polegadas pode apresentar um diâmetro efetivo de aproximadamente 15 polegadas.

Utilizando a Fig. 4 podemos obter o valor do comprimento de onda λ em função da frequência.

Os valores das componentes da impedância de radiação acústica do ar podem ser simplificadas através do uso de equações aproximadas. Isto é particularmente útil para a simplificação das equações quando desenvolvidas literalmente.

Simplificando separadamente para $ka < 1$ e $ka > 1$ os resultados conseguidos são muito bons e podem ser vistos nas Figs. (5) e (6).

A componente reativa da impedância de radiação do ar, X_{ar} pode ser entendida como sendo igual ao produto ωM_{ar} , onde M_{ar} é a chamada **inertância** e tem por dimensão Kg/m^4 , ou seja, massa por área ao quadrado.

Esta inertância, refletida para o lado mecânico do falante, ou seja, multiplicada por Sd^2 , transforma-se na massa M_{mar} , em quilogramas.

Como o análogo elétrico da massa é uma indutância, tanto M_{ar} quanto M_{mar} serão representadas por uma indutância no circuito equivalente do falante.

Assim, a impedância de radiação do ar é composta por uma componente resistiva em série com uma componente indutiva.

Na Fig. 7 vemos as componentes resistiva e reativa da impedância de radiação do ar, refletidas para o lado mecânico, bem como a massa de ar da componente reativa.

A característica fortemente indutiva da impedância de radiação do ar, para $ka < 1$, explica o fraco desempenho dos alto-falantes em baixas frequências, uma vez que a potência acústica desejada, W_a , dissipada na componente resistiva, torna-se muito pequena em relação à componente reativa.

Para valores de $ka > 1$, a impedância do ar torna-se essencialmente resistiva e a conversão da potência elétrica em acústica torna-se muito mais eficiente.

A Fig. 16 mostra como se distribuem as potências real, reativa e aparente quando um gerador ideal de pressão acústica é acoplado diretamente à impedância de radiação do ar.

A potência real seria aquela transformada em som; a reativa, aquela na componente indutiva e a aparente, a potência total fornecida pelo gerador.

Para haver eficiência nas baixas frequências o perímetro do diafragma deverá ser maior que os comprimentos de onda de interesse, o que geralmente nunca acontece para um único transdutor mas pode ocorrer para um agrupamento deles.

Aproximação para Baixas Frequências (ka < 1)	
$R_{1(x)} \simeq \frac{x^2}{8} = \frac{a^2 \omega^2}{2C^2} = \frac{2\pi Sd \cdot f^2}{C^2}$	$X_{1(x)} \simeq \frac{4x}{3\pi} = \frac{8ka}{3\pi} = \frac{8a \cdot \omega}{3\pi C} = \frac{16a \cdot f}{3\pi C}$
$R_{ar} \simeq \frac{\rho \omega^2}{2\pi C} = \frac{2\pi \rho \cdot f^2}{C}$	$X_{ar} \simeq \frac{\rho C}{\pi a^2} \cdot \frac{8ka}{3\pi} = \frac{8\rho \cdot \omega}{3\pi^2 a} = \frac{16\rho \cdot f}{3\pi a}$
$R_{mar} \simeq \frac{\rho Sd^2 \omega^2}{2\pi C} = \frac{2\pi \rho Sd^2 \cdot f^2}{C}$	$X_{mar} \simeq \rho C \pi a^2 \cdot \frac{8ka}{3\pi} = \frac{8\rho a^3 \cdot \omega}{3} = \frac{16\rho a^3 \cdot f}{3}$

Tabela 2 – Expressões aproximadas para a impedância de radiação do ar em baixas frequências (ka < 1) .

Aproximação para Altas Frequências (ka > 1)	
$R_{1(x)} \simeq 1$	$X_{1(x)} \simeq \frac{4}{\pi x} = \frac{C}{\pi^2 a \cdot f}$
$R_{ar} \simeq \frac{\rho C}{\pi a^2} = \frac{\rho C}{Sd}$	$X_{ar} \simeq \frac{\rho C}{\pi a^2} \cdot \frac{C}{\pi^2 a \cdot f} = \frac{\rho C^2}{\pi^3 a^3 \cdot f}$
$R_{mar} \simeq \rho C \pi a^2 = \rho C Sd$	$X_{mar} \simeq \rho C \pi a^2 \cdot \frac{C}{\pi^2 a \cdot f} = \frac{\rho C^2 a}{\pi \cdot f}$

Tabela 3 – Expressões aproximadas para a impedância de radiação do ar em altas frequências (ka > 1) .

	Mar [Kg/m ⁴]	Mmar [Kg]
Exato	$\frac{X_{ar}}{\omega}$	$\frac{X_{mar}}{\omega} = \frac{Sd^2 X_{ar}}{\omega}$
ka < 1	; $\frac{8\rho}{3\pi^2 a}$; $\frac{8\rho a^3}{3}$
Ka > 1	; $\frac{2\rho C^2}{\pi^2 a^3 \cdot \omega^2}$; $\frac{2\rho C^2 a}{\omega^2}$

Tabela 4 – Massa e a Inertância da Impedância de Radiação do Ar.

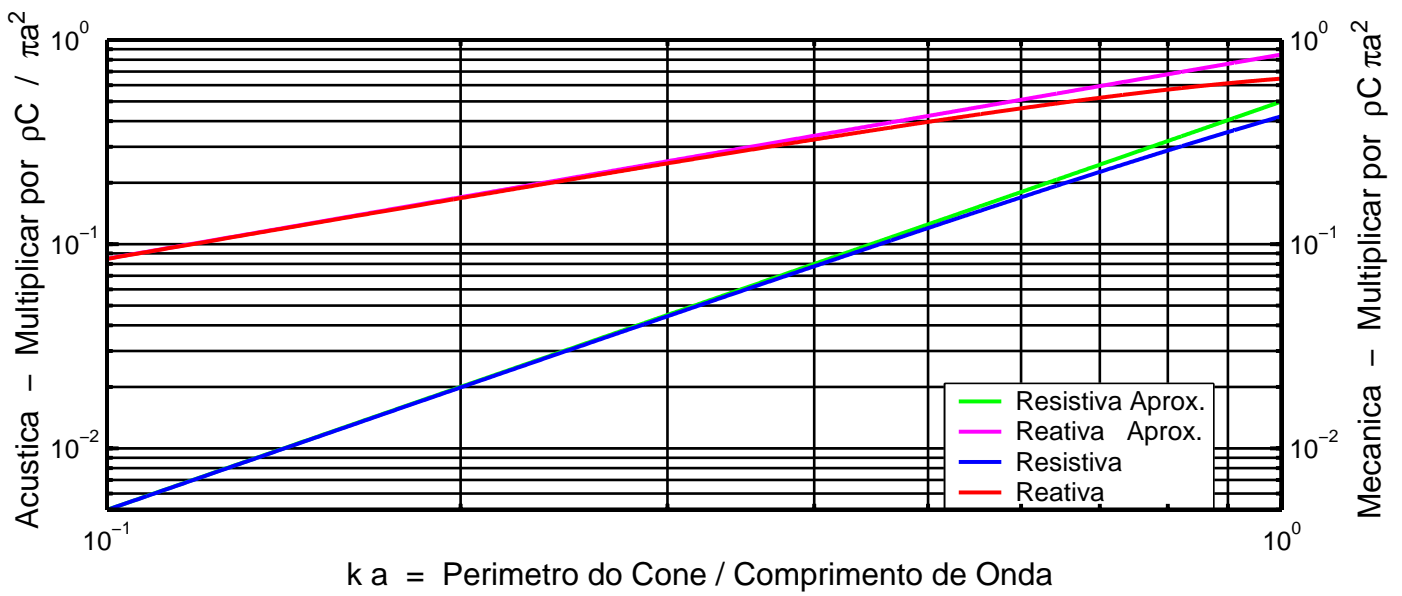


Fig. 5 - Comparação entre as componentes exatas e aproximadas da impedância acústica do ar para $ka < 1$.

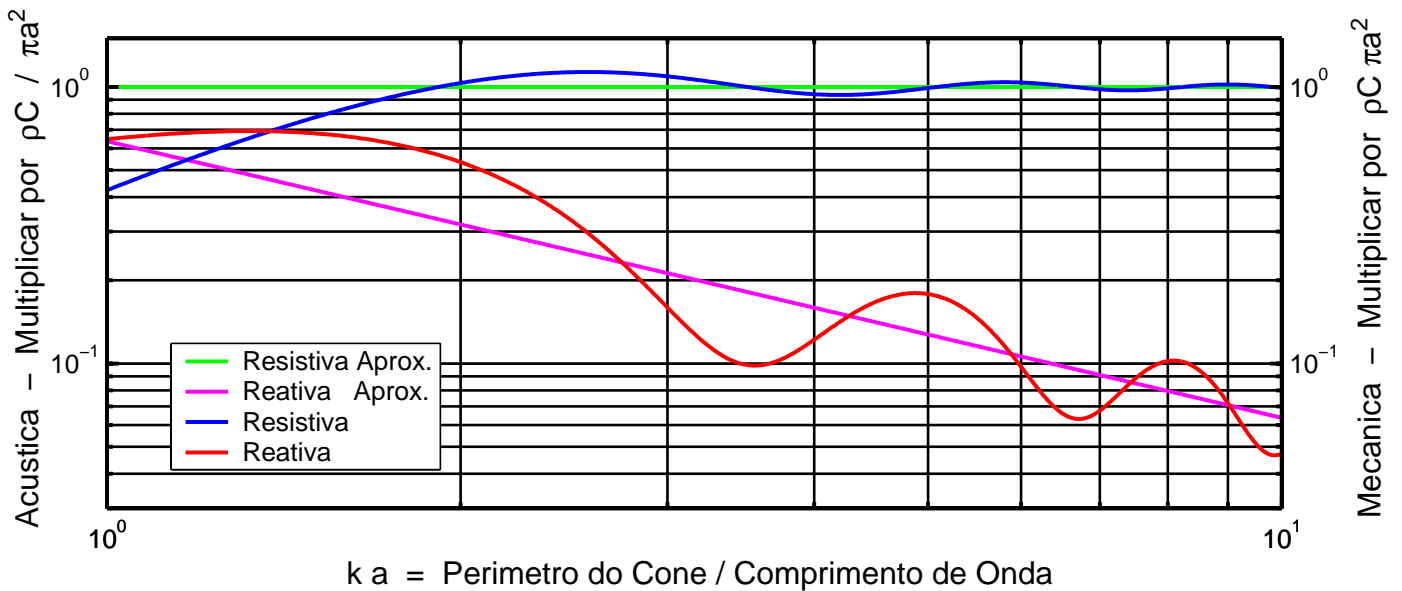


Fig. 6 - Comparação entre as componentes exatas e aproximadas da impedância acústica do ar para $ka > 1$.

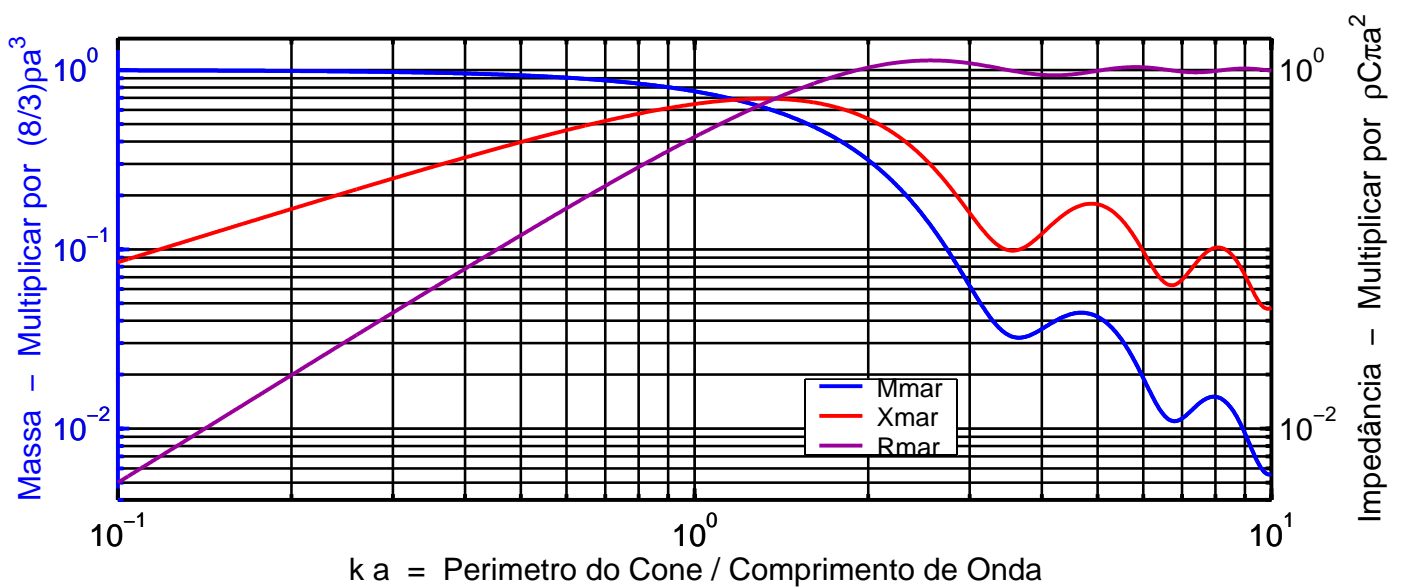


Fig. 7 - Massa refletida para o lado mecânico e componentes da impedância mecânica de radiação do ar.

Aproximação Polinomial

Os valores exatos da impedância de radiação do ar, dada a complexidade introduzida pelas funções de Bessel, sempre foram de difícil manipulação e, para contornar este problema, algumas aproximações, baseadas em polinômios, como a proposta por Cris Strahm³, o desenvolvedor do LEAP (Loudspeaker Enclosure Analysis Program), estão disponíveis.

A componente resistiva e a massa de ar acoplada ao cone são, respectivamente, modeladas pelas funções de transferência de filtros passa altas e passa baixas.

$$R_{ar} ; \frac{\rho \cdot C}{S_d} \cdot |HPF_{(s)}| \quad ; \quad R_{mar} ; \rho \cdot C \cdot S_d \cdot |HPF_{(s)}| \quad (1.11)$$

$$HPF_{(s)} = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + s \frac{1}{\omega_0 \cdot Q} + 1} \quad (1.12)$$

Onde $s = j\omega$; $\omega = ka$; $\omega_0 = \sqrt{2}$; $Q = 0,8$

$$HPF_{(j\omega)} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - j \frac{\omega_0}{\omega} \cdot \frac{1}{Q}} \quad \therefore \quad HPF_{(jka)} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{ka}\right)^2 - j \frac{\sqrt{2}}{0,8 \cdot ka}} \quad (1.13)$$

$$\left| HPF_{(jka)} \right|^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{ka}\right)^2 \right]^2 + \left[\frac{\sqrt{2}}{0,8 \cdot ka} \right]^2} \quad (1.14)$$

A massa de ar acoplada ao cone será obtida através da seguinte aproximação:

$$M_{mar} ; \frac{8}{3} \rho \cdot a^3 \left| LPF_{(s)} \right|^3 \quad (1.15)$$

$$LPF_{(s)} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + s \frac{1}{\omega_0 \cdot Q} + 1} \quad (1.16)$$

Onde $s = j\omega$; $\omega = ka$; $\omega_0 = 2$; $Q = 1/\sqrt{2}$

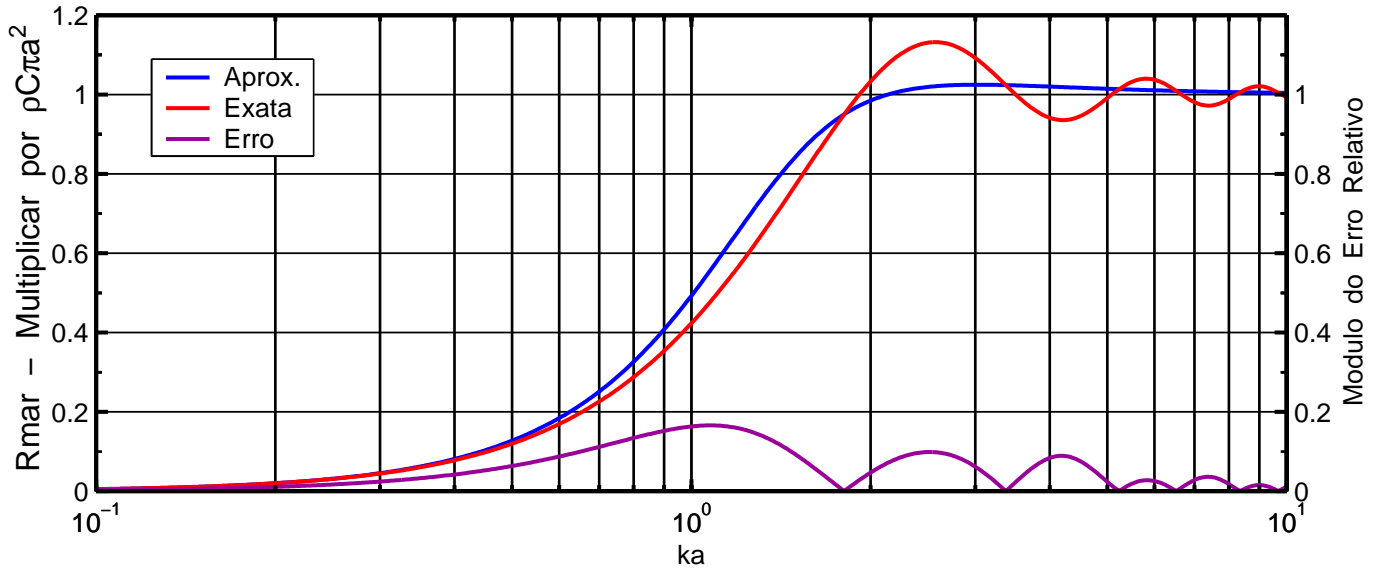


Fig. 8 – Aproximação polinomial para a resistência mecânica de radiação do ar, escala semilog.

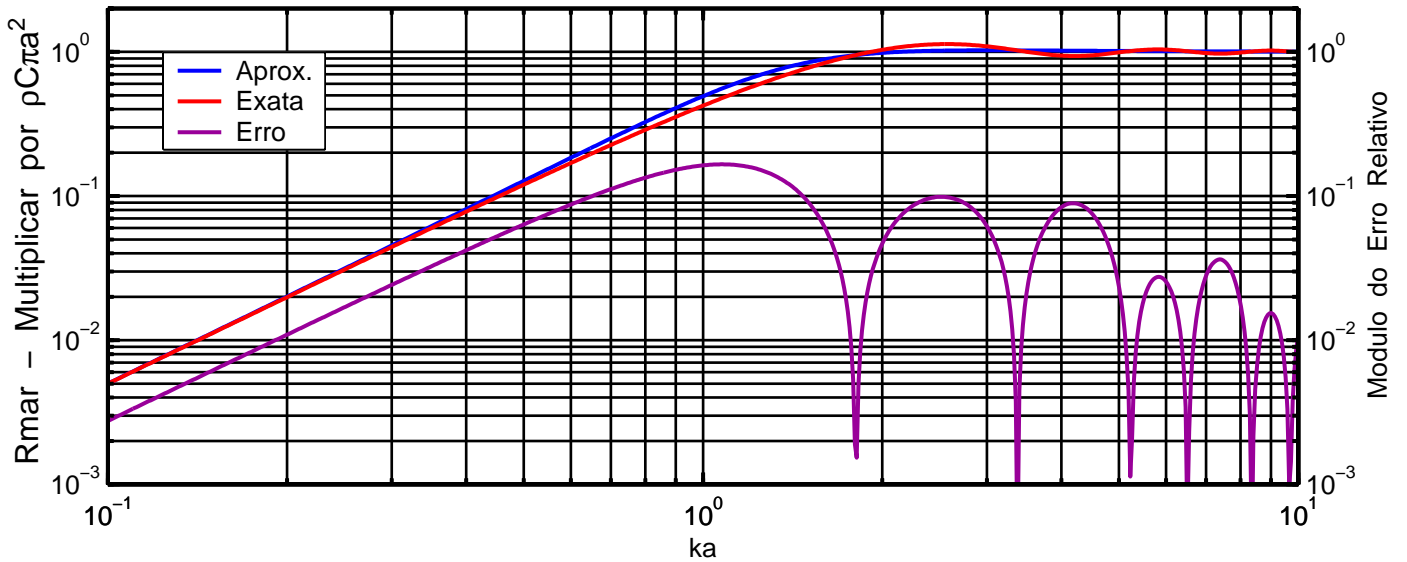


Fig. 9 – Aproximação polinomial para a resistência mecânica de radiação do ar, escala loglog.

$$\text{LPF}_{(j\omega)} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} + j\frac{\omega_0}{\omega} \cdot \frac{1}{Q}} \quad \therefore \quad \text{LPF}_{(jka)} = \frac{1}{1 - \left(\frac{ka}{2}\right)^2 + jka\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad (1.17)$$

$$\left| \text{LPF}_{(jka)} \right|^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{ka}{2}\right)^2 \right]^2 + \left(ka\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2} \quad (1.18)$$

Nas Figs. 8 e 9 vemos a representação da componente resistiva da impedância de radiação do ar, refletida para o lado mecânico, nas versões exata e aproximada por polinômio, bem como o módulo do erro relativo entre elas, em gráficos semilog e loglog, respectivamente.

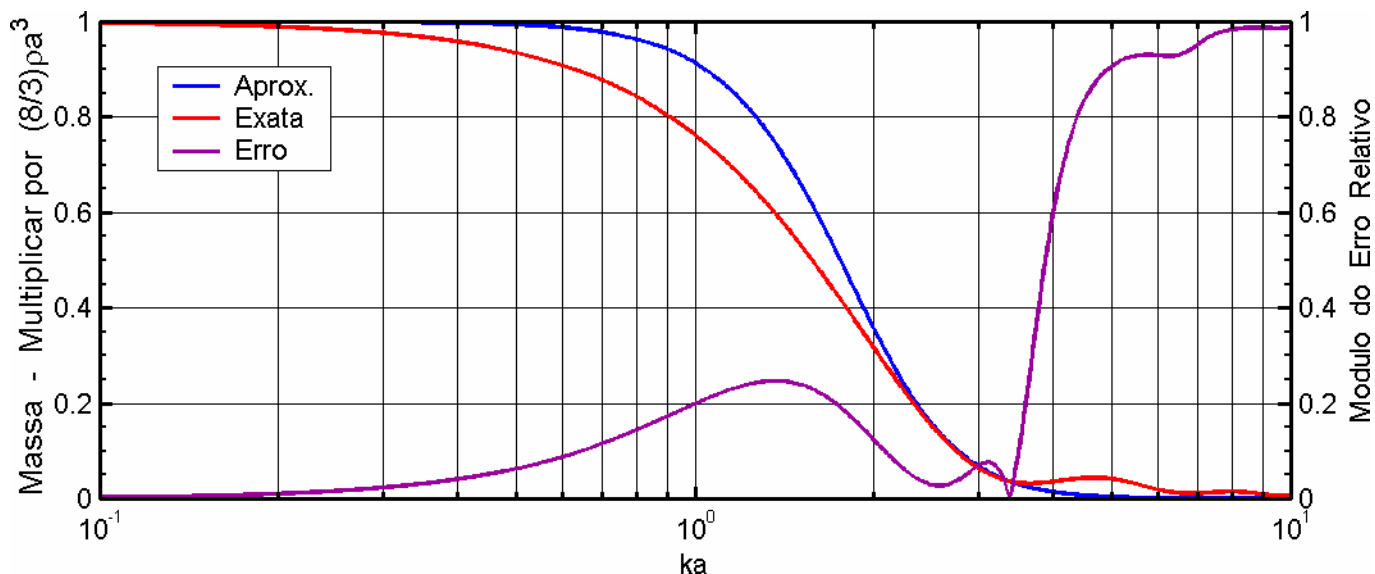


Fig. 10 – Aproximação polinomial para a massa mecânica de radiação do ar, escala semilog.

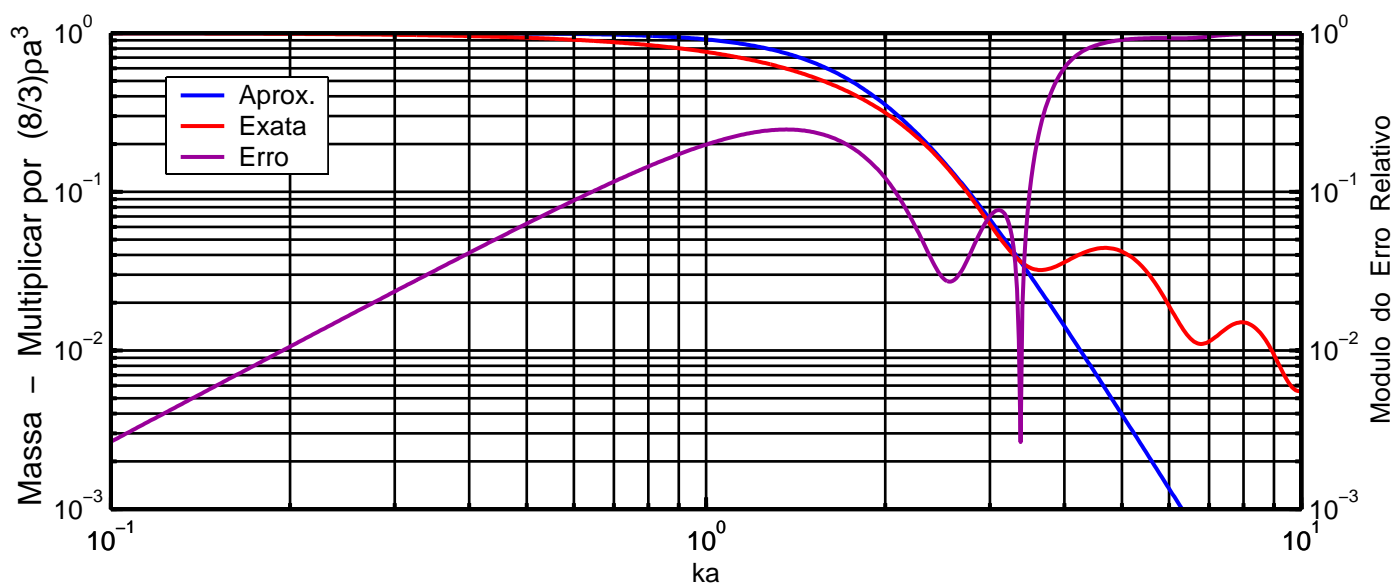


Fig. 11 – Aproximação polinomial para a massa mecânica de radiação do ar, escala loglog.

Nas Figs. 10 e 11 temos a representação da massa de ar refletida para o lado mecânico, exata e aproximada por polinômio, bem como o módulo do erro relativo entre elas, em gráficos semilog e loglog, respectivamente.

Para valores de ka inferiores a 3,5 a aproximação é muito boa, conforme podemos constatar; mas daí em diante o erro torna-se muito elevado. No entanto, nesta região, a contribuição da massa refletida é insignificante, não sendo necessária precisão no modelamento.

Impedância de Radiação do Ar – Circuito Equivalente Paralelo

Outro artifício usado para simplificar a análise da impedância de radiação ao ar consistiu na utilização de um circuito paralelo, equivalente ao circuito série usual, conforme B. B. Bauer⁽⁶⁾.

Devemos ressaltar que não se trata de admitância ou a utilização da analogia do tipo força-corrente, mas simplesmente a utilização de uma impedância em paralelo, rigorosamente equivalente ao circuito serie original.

A vantagem, conforme podemos ver na Fig. 14, consiste no comportamento da componente resistiva, que se torna praticamente constante com a frequência, assumindo valores próximos de 1, o que não deixa de ser um fato surpreendente.

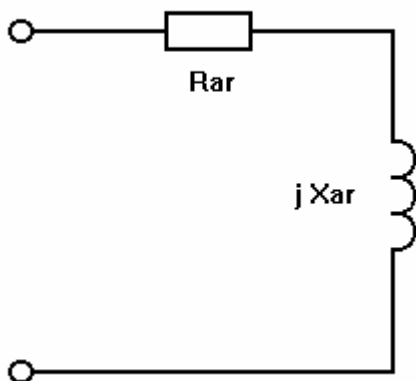


Fig. 12 – Impedância de Radiação do Ar, circuito série.

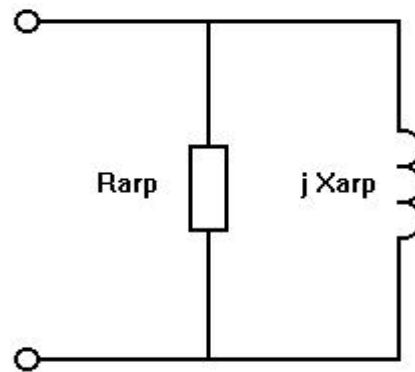


Fig. 13 – Impedância de Radiação do Ar, circuito paralelo.

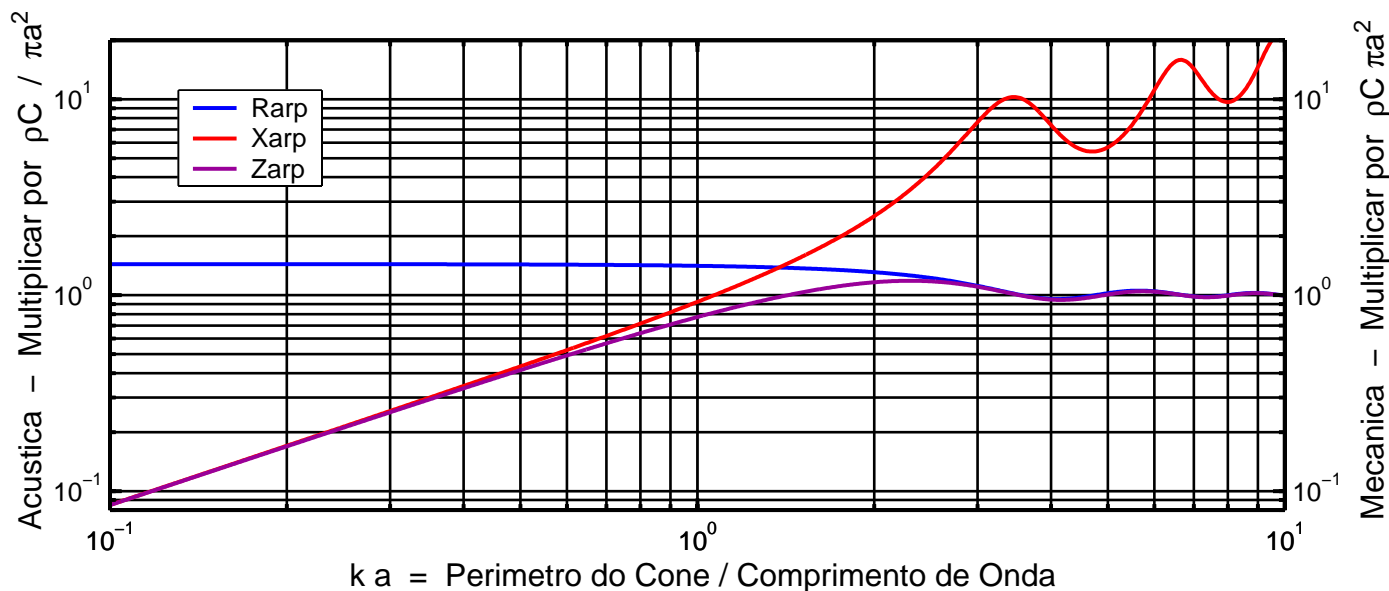


Fig. 14 – Comportamento da Impedância de Radiação do Ar, circuito paralelo.

Para determinarmos as expressões de R_{rarp} e X_{rarp} , em função de R_{rar} e X_{rar} , devemos equacionar as impedâncias dos circuitos mostrados nas Figs. 12 e 13, igualando-as a seguir, já que esses circuitos deverão ser equivalentes.

Transformação Série – Paralelo

$$Z_{ar} = R_{ar} + jX_{ar} \quad \therefore \quad Y_{ar} = \frac{1}{Z_{ar}} = \frac{1}{R_{ar} + jX_{ar}} = \frac{R_{ar}}{R_{ar}^2 + X_{ar}^2} - j \frac{X_{ar}}{R_{ar}^2 + X_{ar}^2} \quad (1.19)$$

$$Y_{ar_p} = \frac{1}{R_{ar_p}} + \frac{1}{jX_{ar_p}} = \frac{1}{R_{ar_p}} - j \frac{1}{X_{ar_p}} \quad (1.20)$$

Como $Y_{ar} = Y_{ar_p}$, então:

$$\frac{1}{R_{ar_p}} = \frac{R_{ar}}{R_{ar}^2 + X_{ar}^2} \quad \therefore \quad R_{ar_p} = \frac{R_{ar}^2 + X_{ar}^2}{R_{ar}} = R_{ar} \cdot \left[\frac{R_{ar}^2 + X_{ar}^2}{R_{ar}^2} \right] \quad (1.21)$$

$$R_{ar_p} = R_{ar} \cdot \left[1 + \left(\frac{X_{ar}}{R_{ar}} \right)^2 \right] = R_{ar} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega M_{ar}}{R_{ar}} \right)^2 \right] \quad (1.22)$$

$$\frac{1}{X_{ar_p}} = \frac{X_{ar}}{R_{ar}^2 + X_{ar}^2} \quad \therefore \quad X_{ar_p} = \frac{R_{ar}^2 + X_{ar}^2}{X_{ar}} = X_{ar} \cdot \left[\frac{R_{ar}^2 + X_{ar}^2}{X_{ar}^2} \right] \quad (1.23)$$

$$X_{ar_p} = X_{ar} \cdot \left[1 + \left(\frac{R_{ar}}{X_{ar}} \right)^2 \right] = \omega M_{ar} \cdot \left[1 + \left(\frac{R_{ar}}{\omega M_{ar}} \right)^2 \right] \quad (1.24)$$

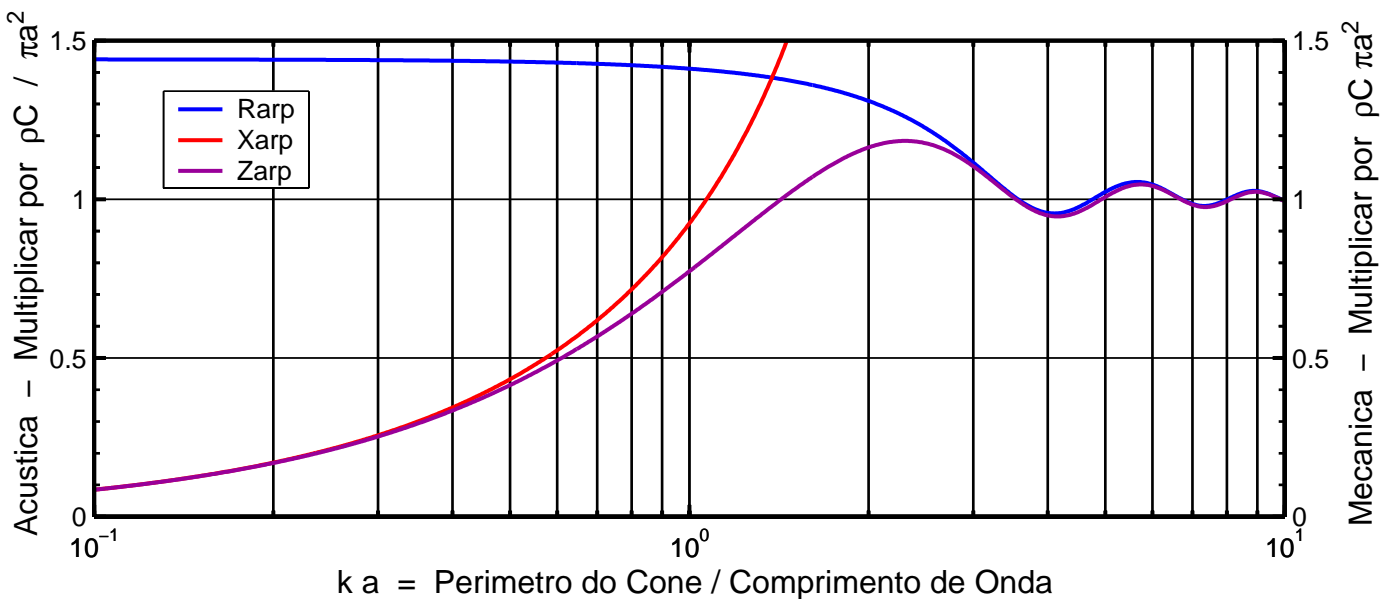


Fig. 15 – Comportamento da Impedância de Radiação do Ar, circuito paralelo, em gráfico semilog.

Potência na Impedância de Radiação

Analisando o circuito da impedância de radiação do ar, composto pela componente resistiva R_{ar} , em série com a componente indutiva (inertância) X_{ar} , podemos entender a baixa eficiência que caracteriza os alto-falantes eletro dinâmicos. O fator de potência desta carga é totalmente desfavorável para $ka < 1$. Conforme mostra a Fig. 16, quando ka é inferior a 1, a impedância de radiação do ar é quase totalmente indutiva, fazendo com que o ângulo de fase tenda para 90 graus e a potência real seja praticamente nula. Esta situação só se torna favorável quando ka assume valores superiores a 1, ou seja: altas frequências ou grandes áreas de diafragma, como as que se conseguem em um sistema de sonorização de grande porte, com o acoplamento de diversos alto-falantes.

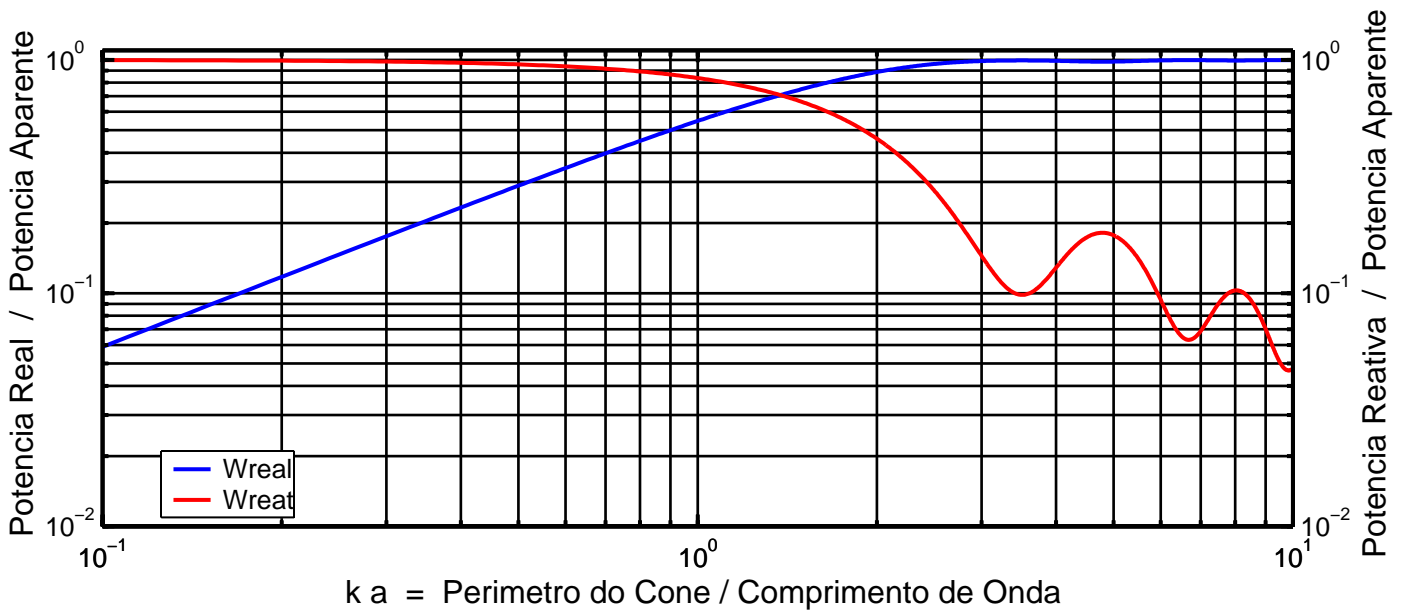


Fig. 16 – Potências real e reativa na impedância de radiação do ar relativas à potência aparente.

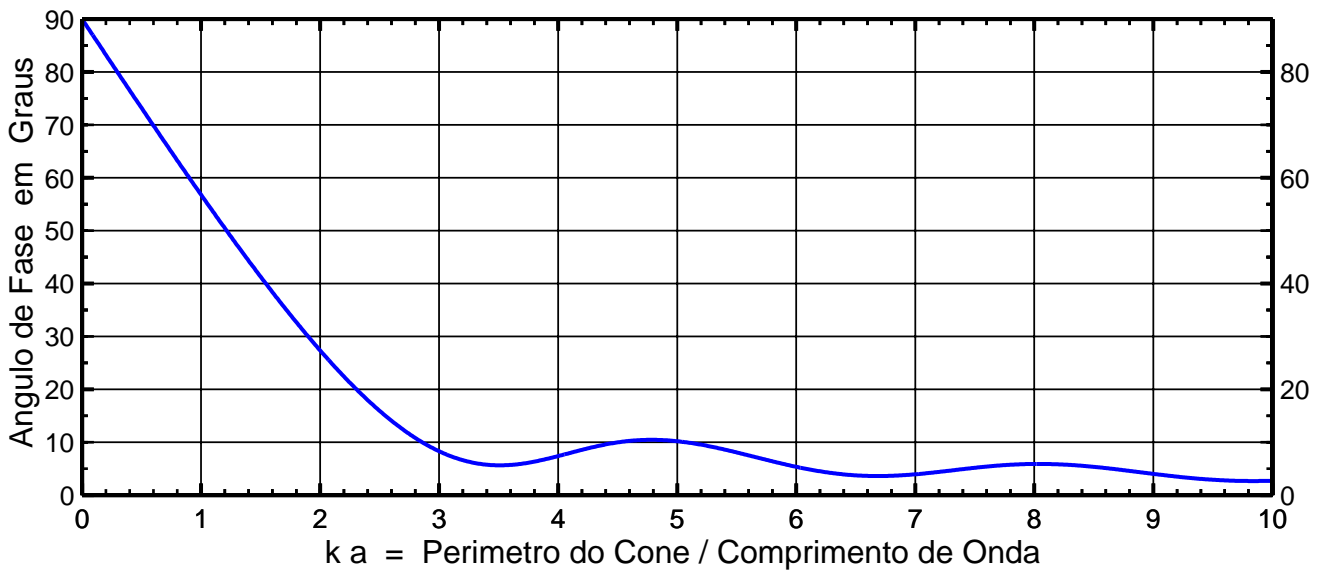


Fig. 17 – Fator de Potência da impedância de radiação do ar.

$$W_{\text{REAL}} = W_{\text{APAR}} \cos(\theta) ; W_{\text{REAT}} = W_{\text{APAR}} \text{sen}(\theta) \quad (1.25)$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{W_{\text{REAT}}}{W_{\text{REAL}}} \right) \quad (1.26)$$

$$\cos(\theta) = \frac{W_{\text{REAL}}}{W_{\text{APAR}}} = \text{Fator de Potencia} ; \text{sen}(\theta) = \frac{W_{\text{REAT}}}{W_{\text{APAR}}} \quad (1.27)$$

$$[\text{sen}(\theta)]^2 + [\cos(\theta)]^2 = 1 = \left[\frac{W_{\text{REAT}}}{W_{\text{APAR}}} \right]^2 + \left[\frac{W_{\text{REAL}}}{W_{\text{APAR}}} \right]^2 \therefore W_{\text{APAR}} = \sqrt{W_{\text{REAL}}^2 + W_{\text{REAT}}^2} \quad (1.28)$$

Diretividade no Baffle Infinito

O valor de ka não apenas influi na eficiência como tem papel importante na diretividade do pistão. Na Fig. 9 temos os diagramas polares correspondentes a ka variando de 0,5 a 10, onde podemos ver que para $ka < 1$ o pistão é omnidirecional, ou seja, irradia em todas as direções. Isso significa que em uma caixa acústica, operando em baixas frequências, teremos o mesmo SPL em qualquer ponto dela equidistante, seja na frente, dos lados ou até atrás.

A relação entre a pressão acústica P_θ , medida segundo um ângulo θ em relação ao eixo central do falante, e a potência P_0 , medida no eixo, é dada pela equação (1.29).

Para valores de $ka > 1$, a diretividade cresce e surgem lóbulos secundários de radiação, muito comuns nos sistemas de PA e que, cada vez mais, chamam a atenção dos técnicos que tentam entender e resolver o problema.

Embora uma radiação uniforme, cobrindo todos os ângulos seja o que se busca, a radiação traseira, tão comum nos graves, geralmente é indesejável, pois invade o palco acarretando inúmeros problemas.

$$\frac{P_\theta}{P_0} = \frac{2J_1[ka \cdot \text{sen}(\theta)]}{ka \cdot \text{sen}(\theta)} \quad (1.29)$$

Diretividade ao Ar Livre

Um alto-falante ao ar livre, ou seja, sem a utilização de qualquer tipo de caixa acústica ou baffle comporta-se como um dipolo (duas fonte pontuais, próximas entre si) para $ka < 1$, onde a onda frontal cancela a onda traseira do cone fazendo com que, no plano que contem o pistão, não haja som irradiado. Este comportamento é dado pelo termo $\cos(\theta)$ que aparece na equação da diretividade (1.30).

Aliás, é nesta posição que devem ser investigados os ruídos mecânicos produzidos pelo alto-falante, que deve ser colocado com a borda ortogonalmente ao ouvido, e não com o cone para ele direcionado. Desse modo, o sinal produzido pelo falante é nulo, tornando o ruído mais perceptível. Um falante recém reparado pode ser assim investigado, de preferência excitado na sua frequência de ressonância mecânica, onde a velocidade de deslocamento do cone é máxima e o resultado de descolamentos ou o movimento de partículas no gap será bastante perceptível.

$$\frac{P_\theta}{P_0} = \frac{2J_1[ka \cdot \text{sen}(\theta)]}{ka \cdot \text{sen}(\theta)} \cdot \cos(\theta) \quad (1.30)$$

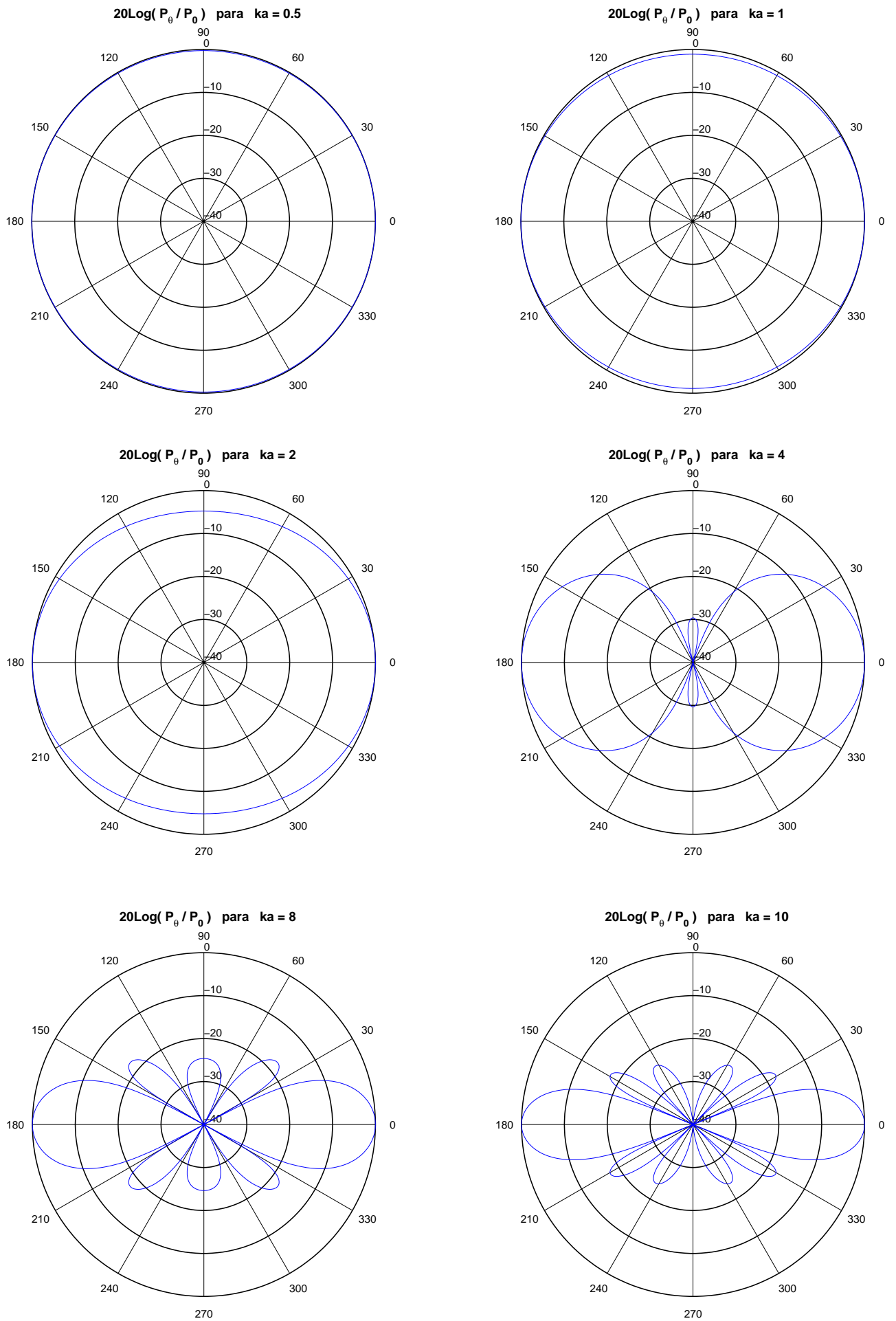


Fig. 18 – Diagramas polares referentes a um pistão circular, montado em baffle infinito, para diversos valores de ka .

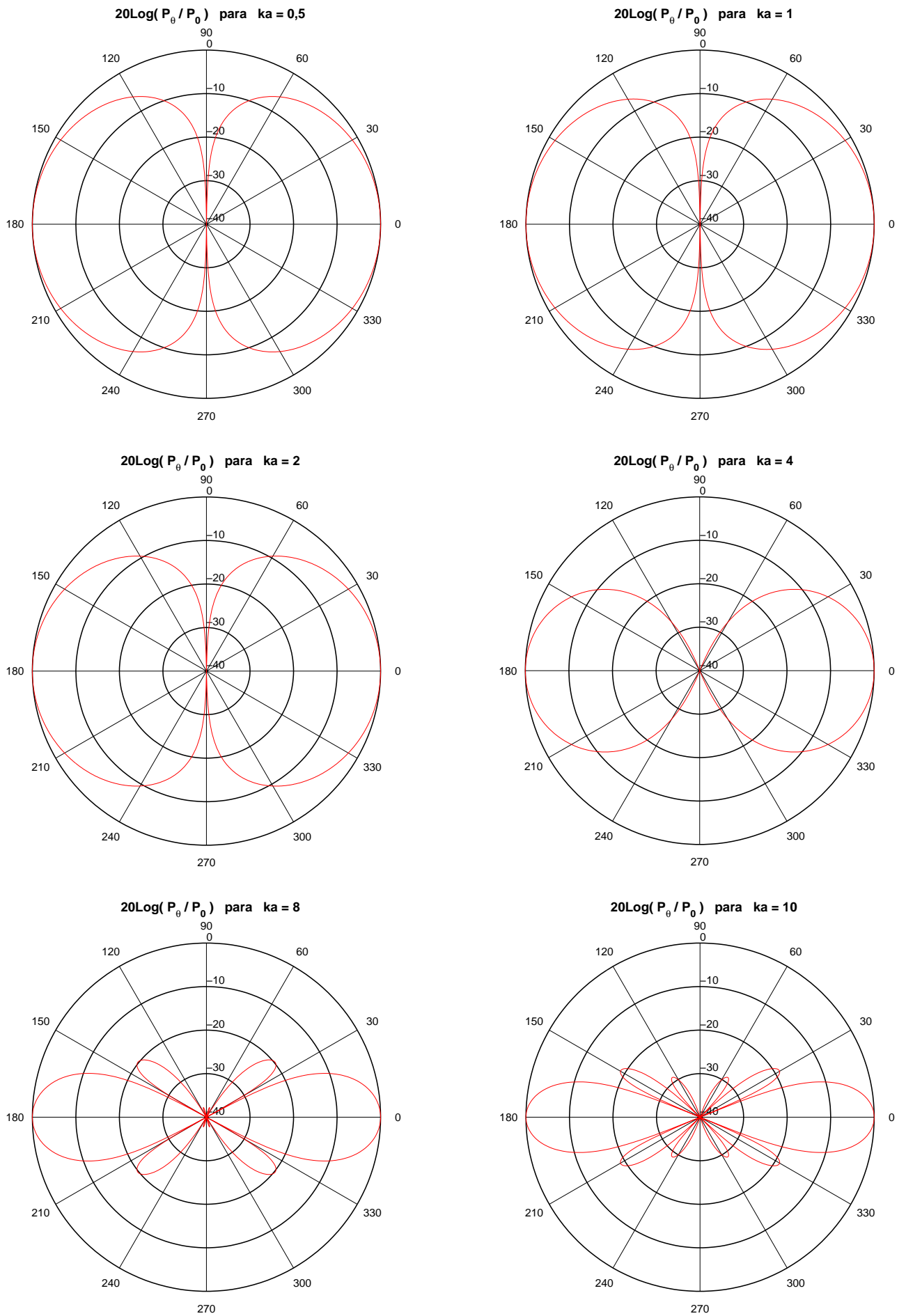


Fig. 19 – Diagramas polares referentes a um pistão circular, ao ar livre, para diversos valores de ka .

Impedância de Radiação ao Ar Livre

A determinação das expressões exatas envolvendo a impedância de radiação de um pistão circular, ao ar livre, é algo bastante complexo e, por esse motivo, usaremos expressões aproximadas fornecidas na referência ⁽⁸⁾.

Componente Resistiva, $ka < 1$

Neste caso, a componente resistiva normalizada, da impedância de radiação de um falante ao ar livre será, aproximadamente, dada por (1.31) e as componentes resistivas, nos lados mecânicos e acústicos, respectivamente, R_{mar} e R_{ar} , corresponderão a (1.32) e (1.33).

$$R1 ; \frac{8(ka)^4}{27\pi^2} ; \frac{8}{27\pi^2} \left(\frac{\omega \cdot a}{C} \right)^4 \quad (1.31)$$

$$R_{mar} ; \rho \cdot C \cdot Sd \cdot R1 ; \rho \cdot C \cdot Sd \cdot \frac{8}{27\pi^2} \cdot \left(\frac{\omega \cdot a}{C} \right)^4 ; \frac{8 \cdot \rho \cdot Sd^3 \cdot \omega^4}{27\pi^4 \cdot C^3} \quad (1.32)$$

$$R_{ar} ; \frac{\rho \cdot C}{Sd} \cdot R1 ; \frac{\rho \cdot C}{Sd} \cdot \frac{8}{27\pi^2} \cdot \left(\frac{\omega \cdot a}{C} \right)^4 ; \frac{8 \cdot \rho \cdot Sd \cdot \omega^4}{27\pi^4 \cdot C^3} \quad (1.33)$$

Como podemos constatar, a componente resistiva da impedância de radiação ao ar livre varia com a quarta potência da frequência, para $ka < 1$. Por esse motivo, a resposta de uma caixa Refletora de Graves cai com uma taxa de 24 dB/oitava enquanto que a da caixa fechada tem uma taxa de atenuação de 12 dB/oitava, pois o duto, uma oitava abaixo da frequência de sintonia F_b proporciona um curto circuito acústico entre a parte da frente e a de trás do alto-falante, que passa a se comportar como se estivesse ao ar livre. .

Componente Reativa, $ka < 1$

Neste caso, a componente reativa normalizada, da impedância de radiação de um falante ao ar livre será, aproximadamente, dada por (1.34) e as componentes reativas nos lados mecânico e acústico, respectivamente, por (1.35) e (1.36) enquanto que a massa mecânica acoplada a um lado do cone, dada por (1.37), é exatamente a metade daquela correspondente ao baffle infinito (um lado).

$$X1 ; \frac{4}{3\pi} ka ; \frac{4 \cdot \omega \cdot a}{3\pi C} \quad (1.34)$$

$$X_{mar} ; \frac{4 \cdot \omega \cdot a}{3\pi C} \cdot \pi \cdot a^2 ; \frac{4}{3} \rho \cdot \omega \cdot a^3 \quad (1.35)$$

$$X_{ar} ; \frac{4 \cdot \omega \cdot a}{3\pi C} \cdot \frac{\rho \cdot C}{\pi \cdot a^2} ; \frac{4 \cdot \rho \cdot \omega}{3\pi^2 a} \quad (1.36)$$

$$M_{mar} ; \frac{4}{3} \rho \cdot a^3 \quad (1.37)$$

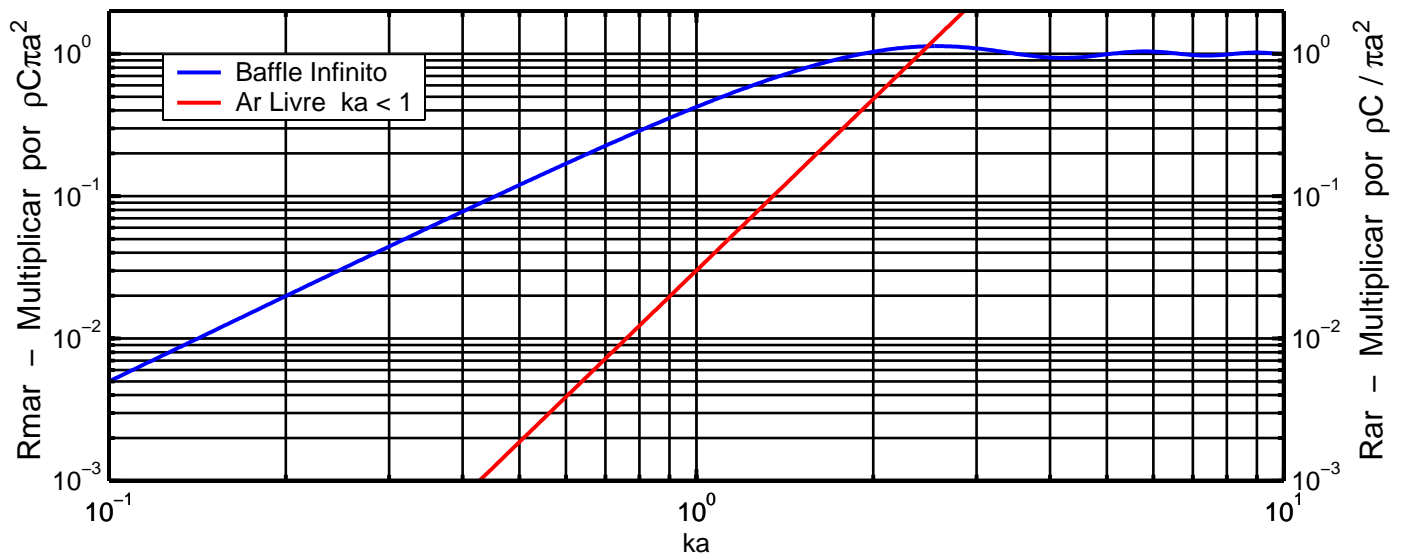


Fig. 20 – Resistências de radiação: baffle infinito, exata, e ao ar livre, aproximada.

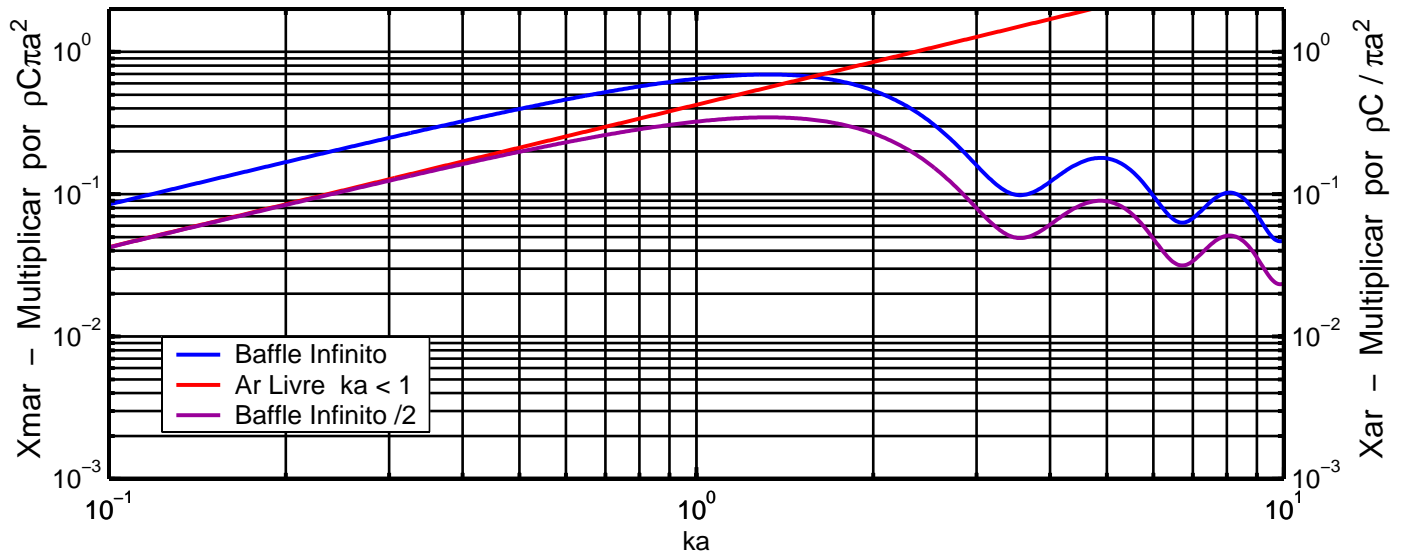


Fig. 21 – Reatâncias de radiação: baffle infinito, exata, e ao ar livre, aproximada.

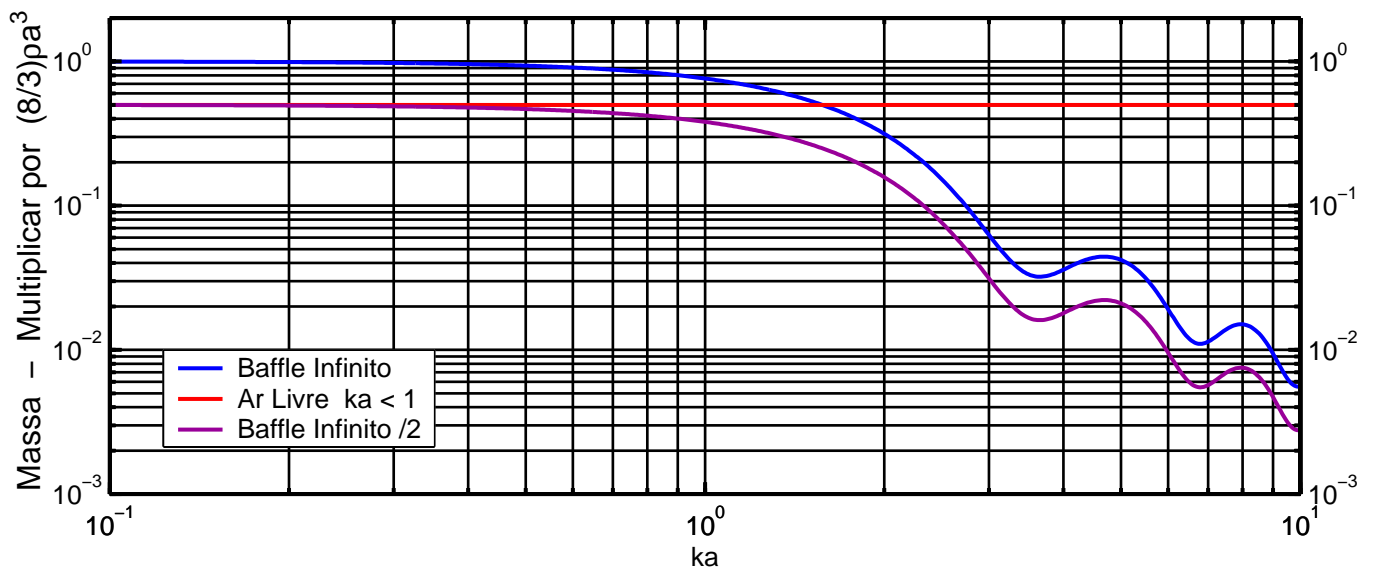


Fig. 22 – Massa mecânica acoplada ao cone: baffle infinito, exata, e ao ar livre, aproximada.

Circuitos Equivalentes

Na Fig. 23 temos o modelo equivalente de Thiele-Small, onde Z_A é uma impedância acústica genérica.

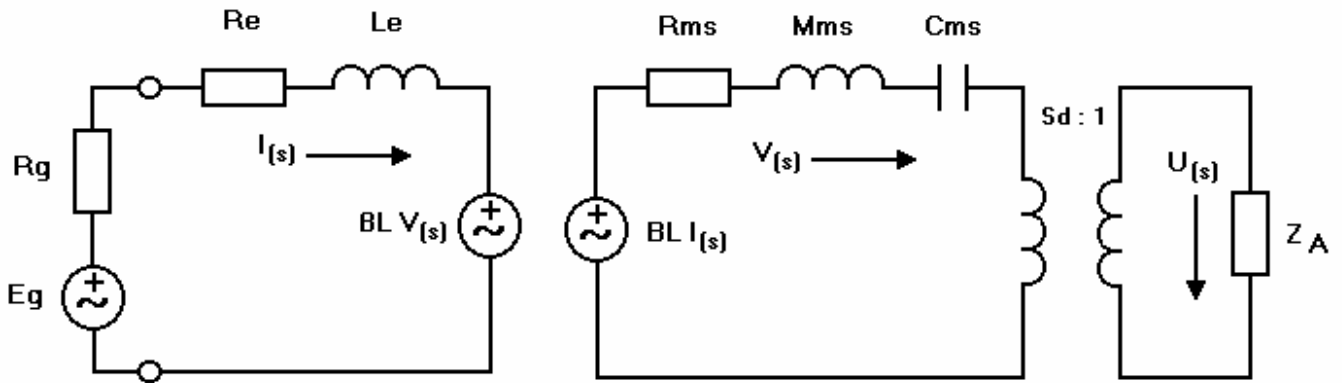


Fig. 23 - Modelo equivalente de Thiele-Small .

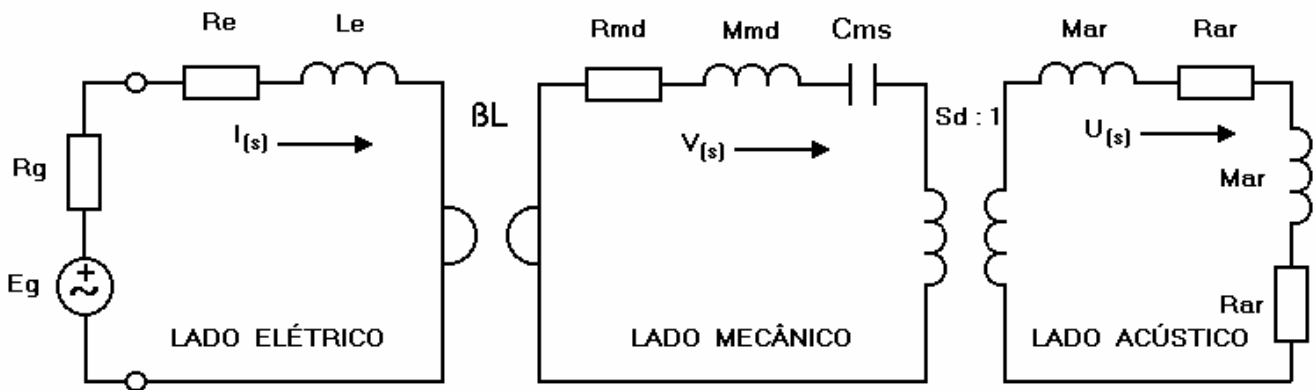


Fig. 24 - Modelo equivalente de Thiele-Small incorporando a Impedância de Radiação do Ar .

A Fig. 24 mostra o circuito equivalente de um falante montado em um baffle infinito, considerando as componentes resistiva e reativa, respectivamente R_{ar} e M_{ar} , da impedância de radiação do ar.

Neste circuito, as fontes controladas existentes entre o lado elétrico e o mecânico, foram substituídas por um girador com constante de giro igual a βL .

O Girador

O girador pode ser definido como um quadripolo onde a tensão entre o par de terminais em um dos lados é igual ao produto da constante de giro vezes a corrente nos terminais opostos.

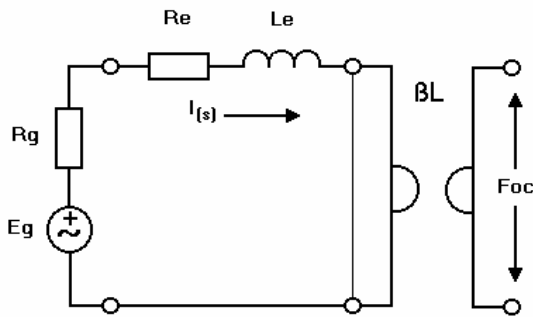


Fig. 25 – Circuito aberto em um lado = curto no outro.

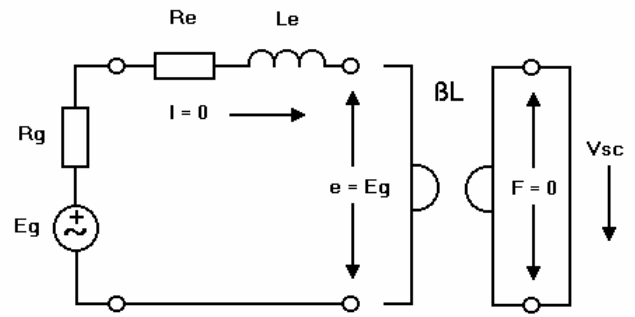


Fig. 26 - Curto em um lado = circuito aberto no outro .

Esse componente permite representar, com comodidade, o acoplamento entre os lados elétrico e mecânico do alto-falante, e vice-versa.

Na Fig. 25 vemos o circuito equivalente da parte elétrica, supondo a parte mecânica desacoplada.

Nessa situação, $v = 0$, ou seja, a velocidade é nula. Esta situação de circuito aberto, no lado mecânico, será refletida como um curto circuito, no lado elétrico um vez que a tensão na entrada do girador é dada por $\beta L \cdot v$ mas como $v = 0$, esta tensão será nula, ou seja: os terminais de entrada do girador estão em curto circuito. A equação (1.38) resume esta situação que nos permite calcular a corrente I , circulando na bobina, e o gerador de força a circuito aberto, F_{oc} , que surge no lado mecânico, sendo e a tensão nos terminais do girador, no caso igual a 0 .

$$e = \beta L \cdot v ; \text{ se } v = 0 \text{ logo } e = 0 \therefore I = \frac{E_g}{R_g + R_e + sL_e} ; F_{oc} = \beta L \cdot I = E_g \frac{\beta L}{R_g + R_e + sL_e} \quad (1.38)$$

Utilizando o circuito da Fig. 26, podemos determinar o valor da velocidade V_{sc} , na situação de curto circuito na saída, que faz com que a força seja nula, conforme resumido na equação (1.39) .

$$f = \beta L \cdot I = 0 \therefore I = 0 \Rightarrow e = E_g = \beta L \cdot V_{sc} \therefore V_{sc} = \frac{E_g}{\beta L} \quad (1.39)$$

Aplicando o teorema de Thevenin, podemos substituir um circuito entre dois de seus pontos por um gerador equivalente, em série com uma impedância equivalente, onde o gerador equivalente é a tensão à circuito aberto e a impedância equivalente é igual ao cociente entre a tensão a circuito aberto e a corrente de curto circuito sendo s a variável complexa $j\omega$.

$$Z_g = \frac{F_{oc}}{V_{sc}} = E_g \frac{\beta L}{R_g + R_e + sL_e} \cdot \frac{\beta L}{E_g} = \frac{(\beta L)^2}{R_g + R_e + sL_e} \quad (1.40)$$

$$Z_g = \frac{(\beta L)^2}{R_g + R_e + sL_e} = \frac{1}{\frac{R_g}{(\beta L)^2} + \frac{R_e}{(\beta L)^2} + \frac{sL_e}{(\beta L)^2}} = \frac{1}{\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_e} + s \frac{L_e}{(\beta L)^2}} \quad (1.41)$$

Manipulando algebricamente a expressão de Z_g , conforme em (1.41), concluímos que os componentes que estavam em série, no circuito elétrico, apareceram em paralelo no circuito mecânico (a impedância resultante foi igual ao inverso da soma dos inversos) e, além disso, a indutância L_e transformou-se em um capacitor de

valor $Le/(\beta L)^2$ que será denominado C_{mle} , ou seja, um capacitor no lado mecânico representando a indutância Le . A relação entre as impedâncias elétricas e mecânicas resume-se na equação (1.42) e podemos dizer que o girador transforma um circuito em seu dual.

$$Z_M \cdot Z_E = (\beta L)^2 \quad \therefore \quad Z_M = \frac{(\beta L)^2}{Z_E} \quad ; \quad Z_E = \frac{(\beta L)^2}{Z_M} \quad (1.42)$$

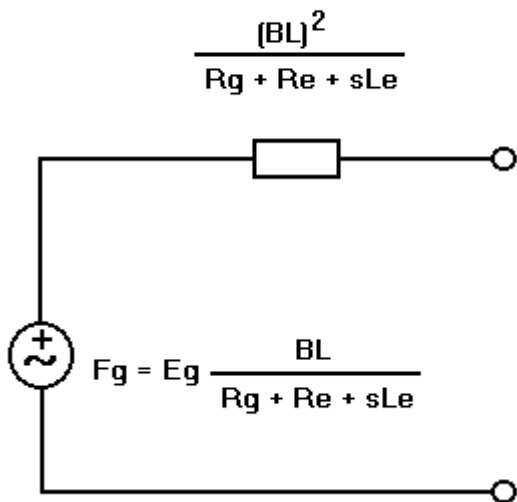


Fig. 27 – Circuito da bobina no lado mecânico.

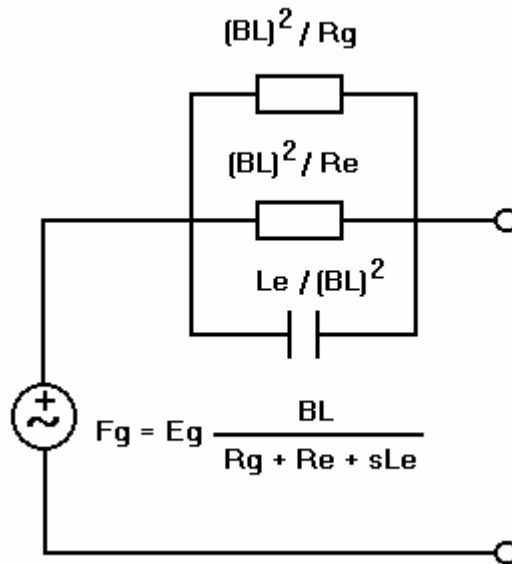


Fig. 27 – Topologia equivalente à impedância refletida.

Nas Figs. 27 e 28 temos o circuito da bobina do falante refletido para o lado mecânico.

A impedância equivalente do gerador de força, dada por $(\beta L)^2 / (Rg + Re + sLe)$ pode ser entendida como resultante do paralelo entre as resistências $(\beta L)^2 / Rg$ e $(\beta L)^2 / Re$ com o capacitor $Le / (\beta L)^2$, conforme mostra a equação (1.41).

Tabela 5 - Parâmetros do Alto – Falante Usado nos Exemplos					
Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
Sd	1194	cm ²	a	19,5	cm
Diâmetro Nominal	18	polegadas	Cms	159,5	µm / N
βL	20,8	T · m	RE	6,7	Ω
Rms	2,1	N · s / m = Kg / s	Mms	161,1	g
Krm	4,764	mΩ	Kxm	75,103	mHy
Erm	0,835	-	Exm	0,582	-